

Aufgabe 1

- a) Vervollständigen Sie diese Tabelle mit den gebräuchlichsten Zahlensystemen in der Informatik.
(jede Zeile stellt jeweils dieselbe Zahl dar)

	Binär	Oktal	Dezimal	Hexadezimal
A	1100010	142	98	62
B	11111111	777	511	1FF
C	10010101	225	149	95
D	101000000000	5000	2560	A00

- b) Berechnen Sie mit den Zahlen aus Teilaufgabe a)

1. Die Summe $A + C$ 11110111
2. Die Differenz $C - A$ 110011

Führen Sie alle Rechenschritte im Binärsystem durch und geben Sie die Ergebnisse als Binärzahlen an.

- c) Interpretieren Sie die Binärzahl $C = 10010101$ als eine Zahl im 8-bit Zweierkomplement. Welchen dezimalen Wert stellt C dann dar?

-178

- d) Stellen Sie die Dezimalzahl -13 im 8 Bit Zweierkomplement dar 11110011

- e) Jede Ziffer im Hexadezimalsystem entspricht genau 4 Bits. So lassen sich Hexadezimalzahlen schnell ins Binärsystem umrechnen, 8A entspricht 1000 1010

Diese Idee lässt sich auch übertragen, um Binärzahlen schnell in das Quaternärsystem (Basis 4) umzurechnen.

1. Erläutern Sie anhand eines einfachen Beispiels wie das funktioniert. 2 Bits sind eine Ziffer, 0111 ist 13, 10101 ist 111
2. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Methode, wie man die Binärzahl 111110001 als Quaternärzahl darstellt. 13301

Aufgabe 2

Hinweis: In der Klausur werden die benötigten Regeln als kleine Formelsammlung bereitgestellt

Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke nach den Regeln der booleschen Algebra

a)

$$\begin{aligned}
 & \neg(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \\
 &= \neg A \vee \neg B \vee (A \wedge \neg B) \quad (\text{De Morgan}) \\
 &= \neg A \vee \neg B \quad (\text{Absorption})
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 & \neg(B \vee C) \wedge \neg(C \vee A) \wedge \neg(A \vee D) \\
 &= \neg B \wedge \neg C \wedge \neg C \wedge \neg A \wedge \neg D \wedge \neg D \quad (\text{De Morgan}) \\
 &= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D \quad (\text{Idempotenz})
 \end{aligned}$$

c)

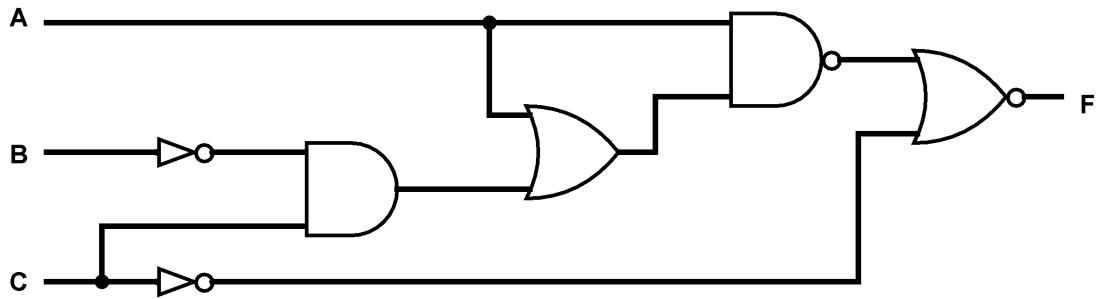
$$(\neg A \vee C) \wedge \neg(B \vee \neg C) \wedge A$$

$$\begin{aligned} &= (\neg A \vee C) \wedge \neg B \wedge C \wedge A && \text{(De Morgan)} \\ &= C \wedge \neg B \wedge C \wedge A && \text{(Absorption)} \\ &= C \wedge \neg B \wedge A && \text{(Idempotenz)} \end{aligned}$$

Hinweis: Die Namen der Gesetze müssen nicht genannt werden

Aufgabe 3

Betrachten Sie den folgenden Logikschaltkreis:



- a) Geben Sie einen booleschen Ausdruck für die Funktion $F(A, B, C)$ an.

$$F(A, B, C) = \neg(\neg C \vee (\neg(A \wedge (A \vee (\neg B \wedge C)))))$$

- b) Geben Sie die Wahrheitstabelle für die Funktion $F(A, B, C)$ an.

Hinweis: Verwenden Sie mehrere Hilfsspalten für ihre Zwischenergebnisse.

$$\begin{array}{ll} T_1 = \neg B \wedge C & T_2 = A \vee T_1 \\ T_3 = A \wedge T_2 & T_4 = \neg T_3 \\ T_5 = \neg C \vee T_4 & F = \neg T_5 \end{array}$$

A	B	C	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	$F(A, B, C)$
0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1

- c) Vereinfachen Sie den booleschen Ausdruck aus Teilaufgabe a) nach den Regeln der booleschen Algebra.

$$\begin{aligned} &\neg(\neg C \vee (\neg(A \wedge (A \vee (\neg B \wedge C)))))) && \text{(Absorption)} \\ &= \neg(\neg C \vee \neg A) && \text{(De Morgan)} \\ &= \neg\neg A \wedge \neg\neg C && \text{(Doppelnegation)} \\ &= A \wedge C \end{aligned}$$

Aufgabe 4

a) Wir wollen ein neues Logikgatter namens *Gesteuertes NICHT* entwerfen. Es hat zwei Eingänge, E (*Eingang*) und S (*Steuerleitung*) und einen Ausgang A .

- ist $S = 0$, so ist $A = E$ (*der Ausgang ist gleich dem Eingang*)
- ist $S = 1$, so ist $A = \neg E$ (*der Ausgang ist gleich dem negierten Eingang*)

Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle für diesen Schaltkreis.

S	E	A
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

b) Zeichnen Sie den Schaltkreis

(Benutzen Sie ausschließlich UND, ODER und NICHT-Gatter.)

Aus der Wahrheitstabelle lesen wir ab: $A = (S \wedge \neg E) \vee (\neg S \wedge E)$

c) Zu welcher, Ihnen bereits bekannten booleschen Funktion mit zwei Variablen ist dieser Schaltkreis äquivalent? Der Schaltkreis entspricht dem exklusiven Oder, also $S \text{ XOR } E$